

解説 1—編みってなに？—

さて、一般的に多面体を帯編みで作る方法と言うものを、参考文献（*野波氏の論文）を参照させていただきながら述べてみよう。これは1959年のA. P. パージェターの論文「PLAITED POLYHEDRA」（編み上げ多面体）に紹介された方法を基にしたとされている。

「2つの帯が交差する時、共通部分は四角形になる。ゆえに、与えられた多面体の表面を四角形に分割する。このとき、その四角形が1つの対角線で折れていても、つまり、1つの対角線がその多面体の稜の部分になっていてもかまわない。ほぼ全ての多面体で出来るであろう最も一般的な分割の仕方は、まず与えられた多面体の各面で、その面の内部の点（正多角形の場合その中心を採るのが普通）と全ての頂点とを結ぶ。そして、その多面体の稜をはさんで2つの三角形が出来、その2つの三角形を分割された四角形とすれば、その多面体の表面は稜を1つの対角線とするような四角形で分割される」（以上引用）

簡略化するため、四角面は未分割、三角形は2つ統合するなどして、四角形の数を減らすこともできる。

この多面体は、中心から球の表面に投影して、球面多面体として視るとイメージし易いと思う。四角形を黒線、稜である対角線と4角面以上を小面に分割した時の分割線を別色（模式図では赤）の線に表示すると、球の表面は黒色線の4角形で埋め尽くされる。（同時に赤色線の3角形でも埋め尽くされる）

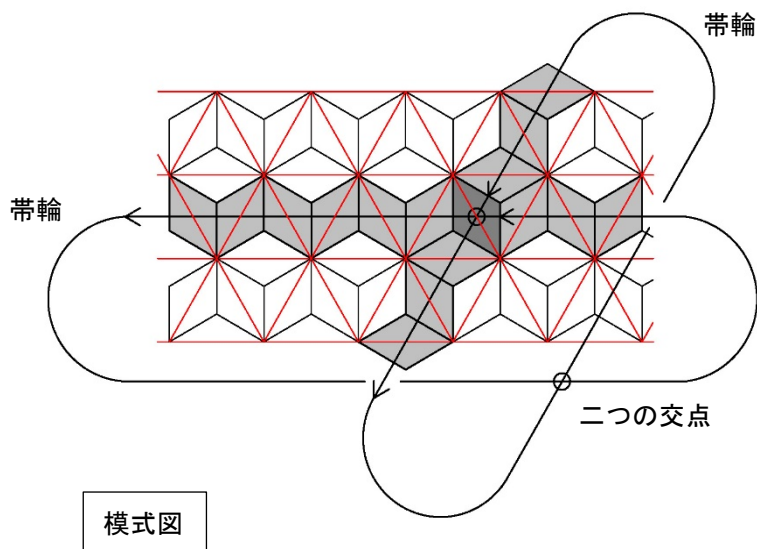
この球面多面体の上で、1つの四角形を取り出すと、向かい合った二つの辺（2本の線）2組で構成されていることが分る。その中の1本の線を取り出し、そこから向かい合うもう1本の線に進み、隣接する四角形に移り、さらに向かい合う線に進む。次々に向かい合う線に進み、四角形をつなぎ続けていくと、必ずスタートの四角形に戻ってきて、帯輪の形になる。そして、もう一組の2つの辺についても同様で、別方向に進んで元の四角形に戻り、帯輪を作る。この時、二つの帯輪は元の四角形に加えて、別にもう1か所、つまり2つの四角形で交差する。（球面上では2本の直線の交点は2つある）また、これら2つの四角形を、別の第3の帯輪が交差もしくは通過することはない。このようにして、帯輪が全ての四角形の上で交差するようになるまで、この作業を繰り返す。

その結果、

1. 一つのコマ（帯の構成要素、四角形）上で帯輪が交差するのは、1回だけである。従って重複数は基本的に、2で、帯の重なりは上か下か、しかない。

2. 1本の帯輪が他の1本の帯輪と交差するコマは2か所なので、1本の帯輪の全コマ数は2で割り切ることが出来、偶数個である。それ故、コマを進行するたびに帯は上下の重なりを入れ替えるが、元のコマに戻った時、スタート時と同じ上下関係になる。

これらを通して、「立体の表面が四角形で埋め尽くされたとき、その四角形を連ねた帯輪によって、多面体は、常に編み上げ可能である」と言うことが出来る。



球面上に赤線で描かれた三角形と黒線で描かれた四角形について、具体的な例を示してみよう。最も簡単な多面体は3角錐だが、一般的な3角錐を正4面体で代表させて見てみる。各面が面の中心と頂点を結ぶ黒色の直線3本を持ち、かつ赤色の稜をもつ正4面体を球面上に投影した時、球面上には、赤線で示される球面正4面体と黒線で示される球面立方体が、同時に現れる。立方体の編みについては、前書でも取り上げたが、「箱編み」と私が呼んでいる、良く知られた定型的な編み方がある。

次に多面体の面を増やして、正8面体で見ると、赤線の球面8面体と黒線の球面菱形12面体が現れる。さらに面数を増やして、正20面体で見ると、赤線の球面20面体と黒線の球面菱形30面体が現れる。菱形多面体が、菱形のジグザグ帯で比較的簡明に編みあがることも、周知のとまて言わなくとも、一般によく知られた編み方である。

さらにジオデシック球の編み上げも菱形ジグザグ帯である。

こう見てくると、「編み上げ多面体」の方法は、既知の簡明な編み方に行き着くことも分かる。

黒線の四角形と赤線の三角形の関係を、織物に例えていうなら、黒色の四角形は‘糸’の観点からのもの、赤の三角形は‘布’の観点からのもの、と言えるかと思う。これまでの記述は主に黒色の四角形‘糸’についてであった。普遍的な編みの要件は‘糸’にあることは当然である。ところで‘布’の観点と言うのはどういうことかということ、現実の立体（多面体）の面の形状に直結する、いわばパッチワークのユニットのようなものである。これが適切な比喻かどうかは分らないが、赤線の三角形についての考察も、本書の場合、有用なものであろうと考える。これには‘糸’に捉われずに、という見解も、場合により入ってくる可能性がある。

‘編み’の最も基本的な様態は、帯が他の帯に出会う度に、重なり順を入れ替えることである。これを充足させるためには、‘面の部分’の切り出しを、中心と外周（頂点、辺の midpoint 等）を結ぶ直線で、行うことである。「編み上げ多面体」の方法の中でも中心と頂点を結ぶ分割方法が取られており、結果的に、3 角形の‘面の部分’として、矢尻型の‘面の部分’を切り出している。方法の中では、その意味について、具体的に触れていないが、これは必要不可欠なことなのである。この詳細については次項で述べる。

「編み上げ多面体」の方法は、通常が多面体全てを編み上げ可能にする、という意味では一般的な方法である。しかし、普遍的であるということと、多面体を帯編みで作る方法が他にないかということとは別問題なのであって、「編み上げ多面体」の方法に当てはまらないものは、他にいくらかもある。私の前書の中の多くの実例は、そういったものだと思う。

また、普遍的であるがゆえに、すべてが陳腐で、無味乾燥なものかと言えば、それは勿論ちがう。ただ、この方法が求めるものは、美しく魅惑的な立体を生み出すためのものではないということです。大事なことは、完成品としての多面体がつまみは、もともと持っている対称性によってのみ、生み出されている、ということです。